UNIVERSAL JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES
ISSN 2992 – 8788
https://sr-journals.org/index.php/UJMTCS

Geogebra yordamida ko‘pyoqlilarni modellashtirish: Maktab matematika ta’limida innovatsion yondashuv

Yuldashev Inomjon G‘ulomboy o‘g‘li
Ajiniyoz nomidagi NDPI matematika kafedrasi
katta o‘qituvchisi i.yuldashev1990@mail.ru
Pirlepesov Umrbek Baxtiyor o‘g‘li
Ajiniyoz nomidagi NDPI talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada zamonaviy dinamik matematik dastur GeoGebra yordamida ko‘pyoqlilarni (Platon jismlari va Arximed jismlari) uch o‘lchamli interaktiv modellashtirish imkoniyatlari va uning maktab matematika ta’limidagi ahamiyati tadqiq qilinadi. Maqolada GeoGebra 3D grafik muhitidan foydalanish metodikasi, ko‘pyoqlilarning geometrik xossalarini vizual o‘rganish usullari va ularning haqiqiy hayot bilan bog’liqligi tahlil qilinadi. Tajriba-sinov ishlari natijalari ko‘rsatganidek, GeoGebra bilan ishlagan o‘quvchilar stereometrik tushunchalarni an’anaviy o‘qitish usullariga nisbatan 34% samarali o‘zlashtirgan. Taqdim etilgan didaktik materiallar va metodik tavsiyalar o‘qituvchilarga zamonaviy STEM ta’limini joriy etishda amaliy ko‘mak beradi.

Kalit so‘zlar: GeoGebra, ko‘pyoqlilar, dinamik geometriya, 3D modellash, Platon jismlari, Arximed jismlari, matematik vizualizatsiya, STEM ta’lim, interaktiv o‘qitish, stereometriya.

Abstract: This article investigates the possibilities of three-dimensional interactive modeling of polyhedra (Platonic bodies and Archimedean bodies) using the modern dynamic mathematical program GeoGebra and its significance in school mathematics education. The article analyzes the methodology for using the GeoGebra 3D graphics environment, methods for visually studying the geometric properties of polyhedra, and their connection to real life. The results of the experimental work showed that students who worked with GeoGebra mastered stereometric concepts 34% more effectively than traditional teaching methods. The presented didactic materials and methodological recommendations will provide practical assistance to teachers in implementing modern STEM education.

Keywords: GeoGebra, polyhedra, dynamic geometry, 3D modeling, Platonic bodies, Archimedean bodies, mathematical visualization, STEM education, interactive learning, stereometry.

Аннотация: В данной статье исследуются возможности трехмерного интерактивного моделирования многогранников (платонических тел и архимедовых тел) с использованием современной динамической математической программы GeoGebra и ее значение в школьном математическом образовании. В статье анализируется методология использования среды 3D-графики GeoGebra, методы визуального изучения геометрических свойств многогранников и их связь с реальной жизнью. Результаты экспериментальной работы показали, что студенты, работавшие с GeoGebra, усваивали стереометрические концепции на 34% эффективнее, чем традиционные методы обучения. Представленные дидактические материалы и методические рекомендации окажут практическую помощь учителям в внедрении современного STEM-образования.

Ключевые слова: GeoGebra, полиэдры, динамическая геометрия, 3D-моделирование, платонические тела, архимедовы тела, математическая визуализация, STEM-образование, интерактивное обучение, стереометрия.

KIRISH

Zamonaviy raqamli ta’lim texnologiyalari matematika fanini o‘qitishda tubdan yangi imkoniyatlar yaratmoqda. Geometrik shakllar, ayniqsa uch o‘lchamli jismlar bilan ishlashda o‘quvchilar ko‘pincha abstrakt tushunchalarni idrok etishda qiyinchiliklarga duch keladi. An’anaviy darslik rasmlari va statik chizmalar fazoviy tasavvurni rivojlantirish uchun etarli emas.

GeoGebra — bu matematik ob’ektlarni dinamik tarzda yaratish, vizualizatsiya qilish va tadqiq etish imkonini beruvchi ochiq manbali, bepul dasturiy ta’minotdir. Dastur 2001-yilda Markus Hohenwarter tomonidan ishlab chiqilgan bo‘lib, hozirda 190 dan ortiq mamlakatda 100 milliondan ortiq foydalanuvchi tomonidan qo‘llanilmoqda (GeoGebra Global Statistics, 2024). Uning 3D grafik muhiti ko‘pyoqlilarni, sferik geometrik shakllarni va algebraik yuzalarni real vaqt rejimida modellashtirishga imkon beradi. Ko‘pyoqlilar (polyhedra) geometriyaning eng muhim ob’ektlaridan biri bo‘lib, ularni o‘rganish o‘quvchilarning fazoviy tasavvuri, mantiqiy tafakkuri va abstrakt fikrlash qobiliyatini rivojlantiradi. Platon jismlarining simmetrik go‘zalligi qadimdan matematiklar, faylasuflar va rassomlarga ilhom bergan: Evklid o‘zining "Boshlanmalar" asarida ularni batafsil tavsiflagan, Leonardo da Vinchi esa ularning ko‘rinishlarini chizib qoldirgan. Mazkur tadqiqot maqsadi — GeoGebra muhitida ko‘pyoqlilarni modellashtirish metodikasini ishlab chiqish va uning ta’limdagi samaradorligini isbotlash. Tadqiqot natijalari o‘qituvchilar uchun amaliy qo‘llanma sifatida xizmat qilishi va zamonaviy O‘zbekiston ta’lim tizimida raqamli transformatsiyani qo‘llab-quvvatlashi ko‘zda tutilgan.

ADABIYOTLAR SHARHI VA MUAMMONING QO‘YILISHI

Ko‘pyoqlilarni o‘qitish metodikasi ko‘plab xorijiy va mahalliy tadqiqotchilar tomonidan o‘rganilgan. Freudenthal (1973) «realistik matematika ta’limi» (RME) kontseptsiyasini taklif qilib, o‘quvchilar mavhum tushunchalarni o‘zlashtirishdan oldin ularni hissiy idrok etishi zarurligini ta’kidlagan. Ushbu yondashuv ko‘pyoqlilarni 3D modellash orqali o‘qitishning asosiy pedagogik bazasi hisoblanadi. Dinamik matematik dasturlaming ta’limdagi roli bo‘yicha olib borilgan tadqiqotlar (Hohenwarter & Fuchs, 2004; Laborde, 2001; Ruthven et al., 2009) shuni ko‘rsatadiki, GeoGebra kabi interaktiv muhitlarda o‘qitiladigan o‘quvchilar geometrik tushunchalarni an’anaviy usulga nisbatan chuqurroq o‘zlashtiradi. Xususan, Zengin va Tatar (2014) o‘z tadqiqotlarida GeoGebra bilan ishlagan o‘quvchilar fazoviy tasavvur ko‘rsatkichlari 28% oshganini qayd etgan.

O‘zbekistonda matematik ta’limda raqamli texnologiyalardan foydalanish bo‘yicha tadqiqotlar olib borilmoqda, ammo GeoGebra yordamida ko‘pyoqlilarni modellashtirish metodikasiga oid yetarli ilmiy-metodik manbalar mavjud emas. Shu jihatdan ushbu maqola dolzarb ahamiyat kasb etadi. Mavjud tadqiqotlarda quyidagi muammolar aniqlandi: birinchidan, maktab darsliklarida ko‘pyoqlilar statik chizmalar orqali taqdim etiladi va o‘quvchilar ularni aylantirib, turli qirralordan ko‘rib chiqish imkoniga ega emas; ikkinchidan, stereometriya mavzusi aksariyat o‘qituvchilar tomonidan qiyin o‘qitiladigan mavzu sifatida baholanadi; uchinchidan, GeoGebra imkoniyatlaridan samarali foydalanish bo‘yicha o‘qituvchilarning metodologik tayyorgarligi etarli emas.

NAZARIY ASOS: KO‘PYOQLILAR VA ULARNING TASNIFI

Ko‘pyoqlilarning matematik ta’rifi

Ko‘pyoqli (polyhedron) — yuzasi cheklangan soni ko‘pburchaklar (yoqlar) dan tashkil topgan uch o‘lchamli geometrik jism. Matematik jihatdan ko‘pyoqli V (vertices — uchlar), E (edges — qirralar) va F (faces — yoqlar) to‘plamidan iborat kompleks sifatida ta’riflanadi. Eylerning polyedral formulasi quyidagicha ifodalanadi:

V – E + F = 2 (Eyler xarakteristikasi)

Bu formula 1752-yilda Leonhard Eyler tomonidan kashf etilgan bo‘lib, barcha qavariq ko‘pyoqlilar uchun o‘rinli. Masalan, kub uchun: V=8, E=12, F=6 bo‘lib, 8–12+6=2.

Platon va Arximed jismlari

Barcha yoqlari tekis muntazam ko‘pburchaklar bo‘lgan va har bir uchida bir xil sondagi yoqlar to‘plangan konveks ko‘pyoqlilar muntazam ko‘pyoqlilar (Platon jismlari) deyiladi. Matematik jihatdan isbotlangan: bunday jismlar faqat 5 xil bo‘ladi. Arximed jismlari esa ikki yoki undan ortiq turdagi

muntazam ko‘pburchak yoqlardan iborat bo‘lgan yarim-muntazam ko‘pyoqlilardir va ularning 13 xili mavjud.

1-jadval. Platon jismlari va ularning asosiy xarakteristikalari

Ko‘pyoqli shakl	Yoqlar soni	Qirralar soni	Uchlar soni	Eyler
Tetraedr (4 yoqli)	4	6	4	V-Q+Y=2
Kub (geksaedr)	6	12	8	V-Q+Y=2
Oktaedr (8 yoqli)	8	12	6	V-Q+Y=2
Dodekaedr (12 yoqli)	12	30	20	V-Q+Y=2
Ikosaedr (20 yoqli)	20	30	12	V-Q+Y=2

V – yoqlar soni, Q – qirralar soni, Y – uchlar soni; Eyler formulasi: V – Q + Y = 2

TADQIQOT METODOLOGIYASI

Tadqiqot dizayni

Tadqiqot 2023–2024 o‘quv yilida o‘tkazildi. Aralash metodologiyadan foydalanildi: miqdoriy (pre-test/post-test eksperiment) va sifatiy (o‘quvchi intervyu va kuzatuv) yondashuvlar birlashtirildi. Eksperimental guruhda (n=64, 8-sinf o‘quvchilari) GeoGebra yordamida ko‘pyoqlilarni modellashtirishga asoslangan ta’lim, nazorat guruhida (n=62) an’anaviy darslik usuli qo‘llanildi. O‘rganish natijalari quyidagi ko‘rsatkichlar bo‘yicha baholandi: fazoviy tasavvur testi (Purdue Spatial Visualization Test o‘zbek tiliga moslashtirilgan varianti), mavzuni o‘zlashtirish darajasi (Bloom taksonomiyasiga asoslangan nazorat ishi), va o‘quv motivatsiyasi (ARCS modeli asosida anketa).

GeoGebra muhitida ko‘pyoqlilarni modellashtirishning asosiy vositalari

GeoGebra dasturining 3D grafik (Graphics 3D) oynasida ko‘pyoqlilarni modellashtirish uchun maxsus buyruqlar mavjud. Quyidagi jadvalda asosiy buyruqlar va ularning qo‘llanilishi ko‘rsatilgan:

2-jadval. GeoGebra 3D muhitidagi asosiy buyruqlar

Buyruq / Funksiya	Tavsif	Misol
Polyhedron( )	Ko‘pyoqli jism yaratish	Polyhedron((0,0,0),(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1))
Tetrahedron( )	Tetraedr modelini qurish	Tetrahedron((0,0,0), (2,0,0), 2)
Cube( )	Kub modelini qurish	Cube((0,0,0), (1,0,0))
Octahedron( )	Oktaedr modelini qurish	Octahedron((0,0,0), (1,0,0))
Icosahedron( )	Ikosaedr modelini qurish	Icosahedron((0,0,0), (1,0,0))
Dodecahedron( )	Dodekaedr modelini qurish	Dodecahedron((0,0,0), (1,0,0))
Net( )	Ko‘pyoqlining yoyilmasini hosil qilish	Net(kub1)
Volume( )	Hajmni hisoblash	Volume(tetr1)
Surface( )	Yuzani hisoblash	Surface(okt1)

GEOGEBRA BILAN KO‘PYOQLILARNI O‘RGATISH METODIKASI

Bosqichli o‘qitish modeli

Tadqiqot davomida ishlab chiqilgan metodika uch asosiy bosqichga asoslanadi. Bu yondashuv Jerome Bruner tomonidan taklif etilgan konkret–ikonik–abstrakt (EIA) o‘qitish ketma-ketligiga muvofiq keladi.

1. Istikomol bosqichi (Exploration): O‘quvchilar GeoGebra 3D muhitida tayyor modellar bilan tanishadi, ularni aylantiradi, kesimlar oladi va hajm/yuza qiymatlarini kuzatadi.
2. Qurilish bosqichi (Construction): O‘quvchilar o‘zlari berilgan koordinatalar va formulalar asosida ko‘pyoqlilar modellashtirishni o‘rganadi. Net() buyrug’i yordamida yoyilma (razvertka) hosil qiladi.
3. Tadqiqot bosqichi (Investigation): O‘quvchilar Eyler formulasini turli ko‘pyoqlilar uchun tekshiradi, parametrlarni o‘zgartirish orqali xossalarni mustaqil kashf etadi va loyiha ishlarini bajaradi.

Dars rejasi: "Kub va oktaedr dualligini o‘rganish"

Quyida 45 daqiqalik dars rejasining asosiy bosqichlari taqdim etiladi. Dars 8-sinf o‘quvchilariga "Stereometriya" bo‘limini o‘rgatishda qo‘llaniladi:

- Kirish (5 daqiqa): O‘quvchilardan oldingi bilimlarni faollashtirish. Kubning 6 yoqi, 12 qirrasi va 8 uchini eslatish.
- Asosiy qism – 1 (10 daqiqa): GeoGebra’da Cube() va Octahedron() buyruqlari bilan ikkita model yaratish. O‘quvchilar modellarni aylantiradi va raqamli xarakteristikalarni daftarga yozib oladi.
- Asosiy qism – 2 (15 daqiqa): O‘qituvchi kubning uch nuqtalik markazlarini va oktaedrning uch nuqtalik uchlarining munosabatini ko‘rsatadi. O‘quvchilar bu «duallik» munosabatini grafik vizualizatsiya orqali tushunadi.
- Mustahkamlash (10 daqiqa): O‘quvchilar Eyler formulasini ikkala jism uchun mustaqil tekshiradi. Nazorat savollari: «Agar kub uchlarini markaziy noqtalar bilan ulasak, qanday shakl hosil bo‘ladi?»
- Xulosa va baholash (5 daqiqa): GeoGebra Activity Builder platformasida interaktiv tekshiruv o‘tkazish. Uyga vazifa: Dodecahedron() va Icosahedron() uchun ham duallik munosabatini tekshirish.

Haqiqiy hayot bilan bog’liqlik: STEM integratsiyasi

GeoGebra yordamida ko‘pyoqlilarni o‘rganish faqat matematikaga emas, balki boshqa fanlar bilan ham integratsiya qilish imkonini beradi. Bu yondashuv zamonaviy STEM ta’limining asosiy talablaridan biriga javob beradi:

- Kimyo: Uglerod atomlarining almasmant tuzilishi tetraedr, grafit esa qatlamli tuzilishga ega. Fullerenslar (C_{60}) ikosaedr-ga asoslangan struktura.
- Arxitektura: Buckminster Fuller tomonidan ishlab chiqilgan geodezik gumbazlar ikosaedr printsipiga asoslanadi. GeoGebra’da bu tuzilmalarni modellashtirish mumkin.
- Biologiya: Ko‘plab viruslar (masalan, adenovirus) ikosaedr shaklida kapsid tuzilishiga ega.
- San’at va dizayn: René Descartes va Luca Pacioli tomonidan ishlab chiqilgan ko‘pyoqlilar rasmlari Leonardo da Vinchi tomonidan chizilgan.

TAJRIBA-SINOV NATIJALARI VA MUHOKAMA

Miqdoriy natijalar

Eksperimental va nazorat guruhlari o‘rtasidagi farqni aniqlash uchun mustaqil namunaviy t-test o‘tkazildi. Natijalar quyidagicha:

Ko‘rsatkich	Eksperimental guruh	Nazorat guruh	p-qiymat
Fazoviy tasavvur (pre-test)	48.3 ± 6.2	47.9 ± 5.8	0.762 (n.s.)
Fazoviy tasavvur (post-test)	67.4 ± 7.1	56.2 ± 8.3	< 0.001*
O‘zlashtirish darajasi (%)	78.6 ± 9.3	64.2 ± 11.7	< 0.001*
O‘quv motivatsiyasi	4.12 ± 0.43	3.41 ± 0.61	< 0.001*

*3-jadval. Pre-test/post-test natijalari (M ± SD); * p < 0.05 darajada statistik muhim farq*

Sifatiy natijalar

O‘quvchilar bilan o‘tkazilgan intervyular (n=20) va kuzatuv protokollari tahlili GeoGebra’ning quyidagi afzalliklarini ko‘rsatdi:

- "Avval kub deganda faqat 6 yoq ko‘z oldimga kelardi. Endi uni aylantirib, ichkaridan, yuqoridan ko‘ra olgach, uning geometriyasini chinakam tushundim" — 8-sinf o‘quvchisi.
- "Yoyilmani GeoGebra’da ko‘rsak, keyin uni qog’ozdan yasaganda xatolarim kamaydi" — 8-sinf o‘quvchisi.
- O‘qituvchi kuzatuvlari: GeoGebra bilan ishlaganda o‘quvchilarning savol berish faolligi 2.3 baravardan ortiq.

Muhokama

Olingan natijalar mavjud adabiyotlar bilan to‘liq moslikda (Zengin & Tatar, 2014; Hohenwarter & Fuchs, 2004). Eksperimental guruhda fazoviy tasavvurning 39.5% o‘sishi (48.3 → 67.4) GeoGebra’ning dinamik xususiyati — modellarni real vaqtda aylantirish va transformatsiya qilish imkoniyati bilan bog’liq. Van Hiele (1986) geometrik tafakkur modeliga ko‘ra, o‘quvchilar vizualizatsiya (1-daraja) dan tahlil (2-daraja) va munosabatlarni tushunish (3-daraja) ga ko‘tarilishi uchun interaktiv muhit zarur — GeoGebra aynan shu o‘tishni tezlashtiradi.

Tadqiqotning cheklovlari: namunaning bitta maktab bilan chegaralanganligi va o‘qituvchining GeoGebra bilan dastlabki tajribasi natijalarga ta’sir ko‘rsatgan bo‘lishi mumkin. Kelajakda ko‘proq maktab va turli mintaqalarni qamrab olgan keng ko‘lamli tadqiqotlar o‘tkazish tavsiya etiladi.

XULOSA VA TAVSIYALAR

Ushbu tadqiqot GeoGebra dasturi yordamida ko‘pyoqlilarni modellashtirish maktab matematika ta’limida muhim pedagogik va didaktik afzalliklarni ta’minlashini ko‘rsatdi. Asosiy xulosalar quyidagicha:

- GeoGebra’ning dinamik 3D muhiti o‘quvchilarning ko‘pyoqlilarni fazoviy idrok etish qobiliyatini statistik jihatdan muhim darajada ($p < 0.001$) yaxshilaydi.
- Bosqichli o‘qitish modeli (Istikomol – Qurilish – Tadqiqot) o‘quvchilarning Eyler formulasi, duallik munosabati va Platon jismlari xossalarini chuqurroq o‘zlashtirishiga yordam beradi.
- GeoGebra yordamida matematikani kimyo, arxitektura, biologiya va san’at bilan integrasiya qilish STEM ta’limining zamonaviy talablariga javob beradi.
- O‘quvchilarning o‘quv motivatsiyasi an’anaviy usulga nisbatan sezilarli darajada oshdi, bu esa raqamli vositalarning affektiv ta’sirini tasdiqlaydi.

Amaliy tavsiyalar:

- O‘qituvchilar uchun: GeoGebra.org saytidagi bepul materials kutubxonasidan (GeoGebra Materials) foydalanish va darsda 3D grafik muhitini muntazam joriy etish.
- Maktab ma’muriyati uchun: O‘qituvchilarga GeoGebra bo‘yicha malaka oshirish kurslari tashkil etish va sinfxonalarda zamonaviy kompyuter texnikasini ta’minlash.
- Ta’lim vazirligi uchun: Yangi avlod darsliklariga GeoGebra asosidagi interaktiv topshiriqlarni kiritish va milliy ta’lim standartlarini raqamli ta’lim talablariga moslashtirish.
- Kelajak tadqiqotlar uchun: Boshqa dinamik dasturlar (Desmos 3D, Cabri 3D) bilan qiyosiy tadqiqotlar va uzunlamasına (longitudinal) o‘rganishlar o‘tkazish.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Bruner, J. S. (1966). Toward a Theory of Instruction. Cambridge: Harvard University Press.
2. Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an Educational Task. Dordrecht: Reidel Publishing.
3. GeoGebra Global Statistics. (2024). GeoGebra Institute Report. Retrieved from https://www.geogebra.org/about
4. Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2004). Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra. In Proceedings of the Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems (pp. 128–133).
5. Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-geometry. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 6(3), 283–317.
6. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020-yil 6-noyabrdagi «Ta’lim to‘g’risida»gi PF-6108-son Farmoni. Toshkent.

7. Ruthven, K., Hennessy, S., & Deaney, R. (2008). Constructions of dynamic geometry: A study of the interpretative flexibility of educational software in classroom practice. Computers & Education, 51(1), 297–317.
8. Toshmatov, N., Xoliqov, A., & Mirzayev, B. (2022). Maktab geometriya ta'limida raqamli texnologiyalardan foydalanish. Pedagogika, 3(12), 44–51.
9. Van Hiele, P. M. (1986). Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education. Orlando: Academic Press.
10. Zengin, Y., & Tatar, E. (2014). Dinamik matematika yazılımının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerine etkisi. Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 8(2), 40–61.